

### Osnovni izrek kombinatorike

1. Tovarna konfekcije izdeluje bombažne majice v velikostih S, M, L, XL in XXL v štirih različnih barvah in z dvema oblikama ovratnika. Koliko vrst majic izdelujejo?
2. Vinko ima v omari 3 hlače, 5 srajc in 4 puloverje. Na koliko različnih načinov se lahko obleče, če vedno uporabi vsako izmed vrst oblačil?
3. Špela ima za večerno prireditev izbrani 2 obleki ter 3 krila in 2 bluzi. Na koliko različnih načinov se lahko obleče, če izbere bodisi obleko bodisi bluzo s krilom?
4. Na koliko načinov lahko med 6 moškimi, 5 ženskami in 3 otroki izberemo:  
a) eno osebo,  
b) trojico, v kateri je en moški, ena ženska in en otrok?
5. Koliko podmnožic ima množica  $\{a, b, c, d\}$ ? Naštej jih.
6. Na koliko načinov se lahko govorniki A, B, C in D zvrstijo na proslavi, če mora govornik A nastopiti pred govornikom B? Nariši ustrezno kombinatorično drevo.

### Rešitve:

1. naloga: 40
2. naloga: 60
3. naloga: 8
4. naloga: a) 14, b) 90
5. naloga: 16;  $\{\}, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, \{a, b, c, d\}$
6. naloga: 12

### Permutacije

1. Koliko permutacij lahko sestavimo s črkami besede TOLAR?
2. Na koliko načinov se lahko 6 oseb postavi v vrsto pred blagajno?
3. Na koliko načinov lahko premešamo 24 igralnih kart?
4. Koliko štirimestnih števil lahko zapišemo s števki 1, 3, 5, 7, če števki ne ponavljamo? Koliko takih števil je večjih od 7000?
5. Koliko permutacij lahko sestavimo s črkami besede TEORIJA? Koliko je med njimi permutacij, ki ohranijo prvotno razporeditev samoglasnikov?
6. Na knjižno polico bomo postavili 5 različnih knjig malega formata in 3 različne knjige velikega formata. Na koliko načinov to lahko naredimo, če:  
a) knjige lahko poljubno stojijo,  
b) naj knjige istega formata stojijo skupaj?

7. Na koliko načinov lahko na knjižni polici razporedimo 5 leksikonov, 4 slovarje in 3 atlase, če:
  - a) lahko knjige stojijo poljubno,
  - b) morajo knjige iste vrste stati skupaj,
  - c) morajo najprej stati atlasi, nato leksikoni in šele nato slovarji,
  - d) morajo samo leksikoni stati skupaj?
8. Koliko permutacij elementov množice  $A = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  se:
  - a) začne s številom 7,
  - b) konča s sodo cifro,
  - c) začne s liho cifro?
9. Koliko permutacij elementov množice  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  se:
  - a) ne začne s 4,
  - b) ne konča s 531,
  - c) ne začne z 51.
10. Na koliko načinov si lahko 8 deklet izbere soplesalca med 8 fanti? Na koliko načinov lahko to storijo, če največje dekle noče plesati z najmanjšim fantom?
11. Na mednarodnem kongresu sodelujejo predstavniki 9 sredozemskih držav: 6 evropskih in 3 afriških. Organizator mora pred kongresno stavbo izobesiti v ravni vrsti zastave sodelujočih držav. Na koliko načinov to lahko stori:
  - a) če ima pri izbiri proste roke.
  - b) če predstavniki afriških držav želijo, da so njihove zastave izobešene skupaj,
  - c) če morajo biti zastave evropskih držav skupaj in zastave afriških držav skupaj?
12. Na koliko načinov lahko razporedimo v vrsto 5 moških, 3 ženske in 2 otroke:
  - a) pri poljubni razporeditvi,
  - b) če naj bodo moški skupaj, ženske skupaj in otroci skupaj,
  - c) če naj bodo ženske skupaj, ostali pa kakorkoli,
  - d) če naj bosta oba otroka na začetku ali na koncu vrste?

**Rešitve:**

1. naloga: 120
2. naloga: 720
3. naloga: 24!
4. naloga: 24, 6
5. naloga: 5040, 6
6. naloga: a) 40320, b) 1440
7. naloga: a) 12!, b) 103680, c) 17280, d) 4838400
8. naloga: a) 120, b) 360, c) 360
9. naloga: a) 96, b) 118, c) 114
10. naloga: 40320, 35280
11. naloga: a) 362880, b) 30240, c) 8640
12. naloga: a) 10!, 8640, 241920, 161280

### Permutacije s ponavljanjem

1. Koliko je vseh permutacij črk besed ARARA? Zapiši jih.
2. Koliko besed nastane s permutiranjem črk imena
  - a) POPOCATEPETL (5452 m visok ognjenik v Mehiki),
  - b) OUAGADOUGOU (glavno mesto Burkine Faso v Afriki)?
3. S petimi črkami A in tremi črkmi B sestavljamo besed dolžine 8.
  - a) Koliko takih besed lahko sestavimo?
  - b) Koliko takih besed se začne s črko A in konča s črko B?
  - c) Koliko takih besed se začne z dvema enakima črkama?
4. Koliko šestmestnih števil lahko zapišemo s števki števila 288522?
5. S permutiranjem črk besede ANTANTA sestavljamo nove besede.
  - a) Koliko takih besed lahko sestavimo?
  - b) Koliko takih besed se začne s črko A in konča s črko T?
  - c) Koliko takih besed se začne s tremi črkami A?
  - d) Koliko takih besed se začne z dvema enakima črkama?

### Rešitve:

1. naloga: 10
2. naloga: a) 9979200, b) 277200
3. naloga: a) 56, b) 15, c) 26
4. naloga: 38
5. naloga: a) 210, b) 30, c) 6, d) 50

### Variacije

1. Zapiši vse variacije brez ponavljanja reda 2 elementov množice  $\{u, v, x, y, z\}$
2. Zapiši vse variacije s ponavljanjem reda 3 štev 0 in 1.
3. Zapiši vse variacije s ponavljanjem reda 2 elementov množice  $\{x, y, z, w\}$ .
4. Koliko štirimestnih naravnih števil lahko zapišemo s števki 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, če se števke:
  - a) ne smejo ponavljati,
  - b) se lahko ponavljajo?Koliko takih števil je lihih? (s ponavljanjem in brez ponavljanja cifre)
5. Geslo, s katerim zaščitimo računalnik je osemestno. Na prvih treh mestih morajo biti črke slovenske abecede, razen šumnikov. Ne ločimo velikih in malih črk. Na naslednjih petih mestih pa morajo biti števke. Koliko možnosti imaš na voljo, da izbereš geslo, če:

- a) se črke in števke lahko ponavljajo,
  - b) se črke in števke ne smejo ponavljati,
  - c) se črke lahko ponavljajo, števke pa se ne smejo?
6. Z geslom smo zaščitili datoteko, na kateri imamo shranjene pomembne podatke. Geslo je 4 ali 5 mestno. Uporabimo lahko velike ali male črke angleške abecede (26 črk) in vse števke, vendar se znaki v geslu ne smejo ponavljati. Koliko možnosti mora preizkusiti lopov v najslabšem primeru, da bi mu uspelo vdreti v našo datoteko?
7. Koliko petmestnih naravnih števil:
- a) se začne s sodo števkco,
  - b) se začne z liho števkco,
  - c) se začne in konča s sodo števkco?
8. Koliko besed dolžine 10 lahko sestavimo s črkama A in B? Koliko takih besed vsebuje enako število A-jev in B-jev?
9. Igralec športne napovedi skuša predvideti izide 13 nogometnih tekem. V stolpec s 13 polji vpisuje po enega od znakov 1, 2 in 0 (1 pomeni zmago domačega moštva, 2 zmago gostujočega moštva, 0 neodločen izid). Koliko različnih stolpcev lahko napiše? Koliko različnih stolpcev bo napisal, če je pri prvih 7 tekmah prepričan v zmago domačega moštva, pri ostalih tekmah pa bo predvidel vse možne izide?
10. Koliko pravih šestmestnih števil lahko zapišemo s števki dvojiškega sistema? Koliko takih števil lahko zapišemo s števki osmiškega sistema?
11. Bit lahko zavzame dve vrednosti: 0 in 1. Koliko različnih znakov lahko predstavimo z zlogom dolžine 8 bitov (byte)?
12. V rokometni ligi igra 16 moštev. Vsaka ekipa odigra z vsako od ostalih ekip po dve tekmi: eno na domačem terenu, drugo v gosteh. Koliko tekem bodo odigrali?
13. Na šahovskem turnirju so odigrali 110 partij. Vsak šahist je z vsakim od nasprotnikov odigral po dve partiji: eno z belimi, drugo s črnimi figurami. Koliko šahistov se je spopadlo?
14. V gledališči je še 10 prostih mest. Na koliko načinov se lahko nanje posede 6 zamudnikov?
15. Na koliko načinov lahko razporedimo 2 različni kroglici v 3 predale, tako da je v vsakem predalu največ ena kroglica? Zapiši vse možne načine.
16. Na koliko načinov lahko 3 različne kroglice razporedimo v 2 predala? Zapiši vse možne načine.
17. S števki 0, 1, 2, 3, 4, 5 sestavljamo prava štirimestna števila.
- a) Koliko je takih števil?
  - b) Koliko takih števil je lihih?
  - c) Koliko takih števil je deljivih z 10?
  - d) Koliko takih števil je večjih od 3000?

18. Katerih števil je med osemestnimi števili več: tistih brez števke 1 ali tistih z vsaj eno števko 1?

**Rešitve:**

1. naloga: uv, ux, uy, uz, vu, vx, vy, vz, xu, xv, xy, xz, yu, yv, yx, yz, zu, zv, zx, zy
2. naloga: 000, 001, 010, 100, 011, 101, 110, 111
3. naloga: xx, xy, xz, xw, yx, yy, yz, yw, zx, zy, zz, zw, wx, wy, wz, ww
4. naloga: a) 840, b) 2401; 1372, 480
5. naloga: a)  $22^3 \cdot 10^5$ , b) 279417600, c) 321995520
6. naloga: 789908520
7. naloga: a) 40000, b) 50000, c) 20000
8. naloga:  $2^{10}$ , 252
9. naloga: 1594323, 729
10. naloga: 32, 229376
11. naloga: 256
12. naloga: 240
13. naloga: 11
14. naloga: 151200
15. naloga: 6
16. naloga: 8
17. naloga: a) 1080, b) 540, c) 180, d) 647
18. naloga: brez števke 1 jih je 38263752, z vsaj eno števko 1 jih je 51736248

**Kombinacije**

1. Izmed 3 inženirjev in 7 tehnikov je treba sestaviti komisijo 2 inženirjev in 3 tehnikov. Na koliko načinov je to mogoče,
  - a) če je lahko vsak član komisije,
  - b) če mora biti en določen inženir v komisiji,
  - c) če dva določena tehnika ne smeta biti v komisiji?
2. V vrečki so 4 bele in 3 rdeče kroglice različnih velikosti. Iz vrečke izvlečemo 3 kroglice hkrati. Koliko je različnih izborov
  - a) ne glede na barvo kroglic,
  - b) 2 belih in 1 rdeče kroglice,
  - c) Kroglic enake barve?
3. Iz posode, v kateri so 3 bele in 4 črne kroglice, izberemo 3 kroglice. Koliko je izborov z vsaj eno belo kroglo?
4. Na koliko načinov lahko izberemo tri može izmed petnajstih, če naj bo eden izmed njih vedno v izboru, dva pa nikoli?
5. Pri katerih  $n$  velja:
  - a)  $4 C_n^2 = C_{n+2}^3$
  - b)  $C_n^3 = \frac{5}{3} C_n^5$

- c)  $V_n^4 = 360$   
 d)  $3V_{n+1}^4 = V_n^5$   
 e)  $V_{n+1}^3 = 6 \cdot V_{n+1}^2 - 3 \cdot V_n^2$

**Rešitve:**

1. naloga: a) 105, b) 70, c) 30
2. naloga: a) 35, b) 18, c) 5
3. naloga: 31
4. naloga: 66
5. naloga: a) 2, 7, b) 7, c) 6, d) 9, e) 5

**Binomski izrek**

1. Razvij po binomskem izreku:
  - a)  $(2a-1)^5$
  - b)  $\left(\frac{x}{3} + \frac{3}{x}\right)^4$
  - c)  $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^6$
2. Izračunaj:
  - a) peti člen v razvoju  $(x^2 - y^2)^{10}$
  - b) deseti člen v razvoju  $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{13}$
  - c) šesti člen v razvoju  $(1 - \sqrt{a})^9$
3. Poišči člen, ki vsebuje
  - a)  $a^{10}$  v razvoju izraza  $(2a^2 - b)^8$
  - b)  $y^6$  v razvoju izraza  $(3xy^2 + z^3)^7$

**Rešitve:**

1. naloga: a)  $32a^5 - 80a^4 + 80a^3 - 40a^2 + 10a - 1$ , b)  $\frac{x^4}{81} + \frac{4x^2}{9} + 6 + \frac{36}{x^2} + \frac{81}{x^4}$ , c)  
 $x^3 - 6x^2\sqrt{xy} + 15x^2y - 20xy\sqrt{xy} + 15xy^2 - 6y^2\sqrt{xy} + y^3$
2. naloga: a)  $210x^{12}y^8$ , b)  $\frac{-715}{x^5}$ , c)  $-126a^2\sqrt{a}$
3. naloga: a)  $-1792a^{10}b^3$ , b)  $945x^3y^6z^{12}$